Bienvenue !

Visiter

“Physique Fine enjah “

sur youtube

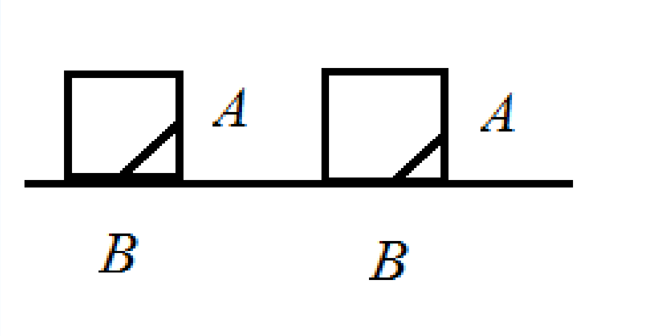
Pour plus comprendre le cours

Chapitre 3 , (**)

Moment cinétique et deuxième loi de Newton :

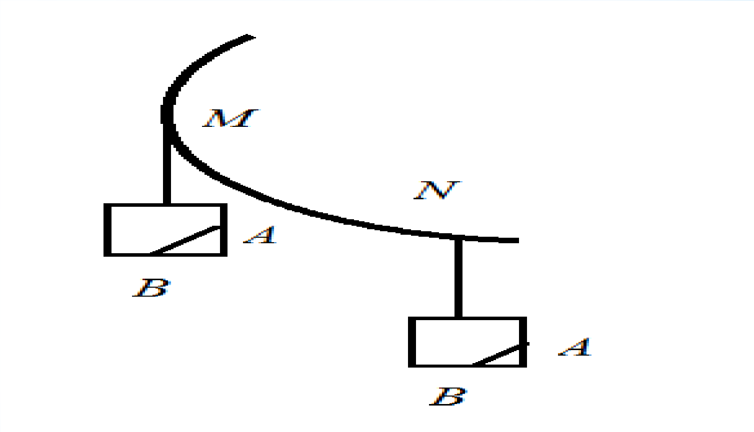
1. Comparaison : Translation et Rotation .
2. Moment cinétique d’une particule par rapport à un axe fixe .
3. Moment cinétique d’un système de particule en rotation pur .
4. Moment d’une force .
5. Deuxième loi de Newton en rotation .
6. Système déformable .

- *Le mouvement d'un mobile est dit translation , si les trajectoires de ces différentes points sont des droites parallèles .*

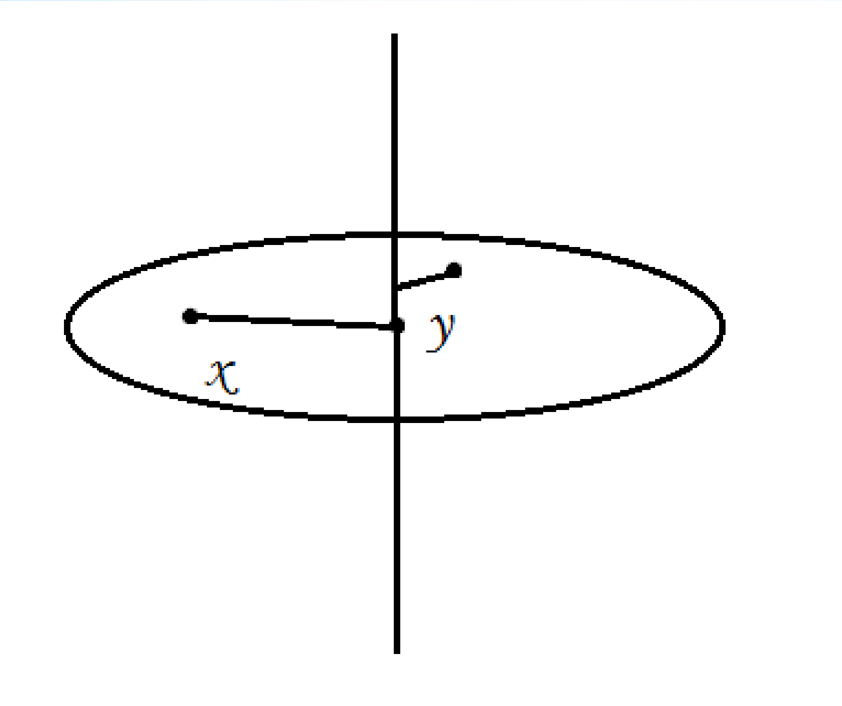


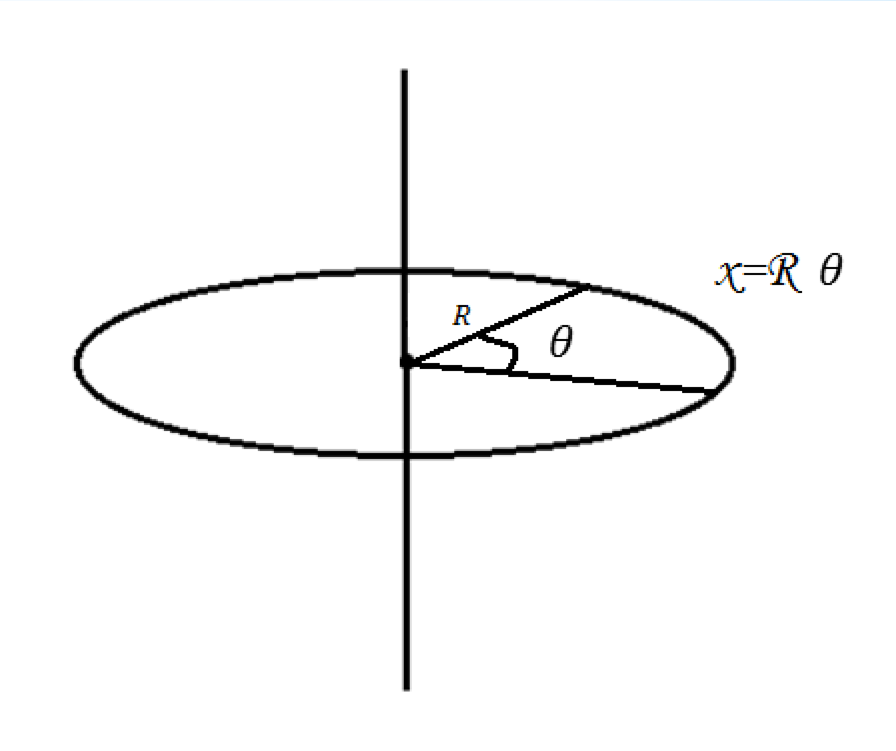
- ✓ *AB reste parallèle à lui même à chaque point de la trajectoire .*

- *Le mouvement d'un mobile est dit translation circulaire si les trajectoires des points du mobile sont des cercles , de même rayon et de centres différentes , (mouvement d'une cabine) . C'est une translation car AB parallèles à lui même .*



- *Le mouvement d'un mobile est dit rotation , s'il décrit une trajectoire circulaire et chaque pointes de ce mobile , se trouve à une même distance par rapport à un axe , (appelée axe de rotation) durant le mouvement.*


y
x


x=R θ
R
θ

- *Analogie : Tranlation – Rotation :*

Translation	Rotation	Relations
Position : x	Abscisse angulaire θ	$x = R\,\theta$
Vitesse : V	Vitesse angulaire θ'	$V = R\,\theta'$
Accélération tangentielle a_t	Accélération angulaire θ''	$a_t = R\,\theta''$
Accélération radiale (normale) a_n		$a_n = \frac{V^2}{R}$

Translation	Rotation
Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement de rotaion uniforme
$x = V\,t + x_0$	$\theta = \theta' t + \theta_0$
$V = constante$	$\theta' = constante$
$a = 0$	$a_t = R\theta'' = 0$ et $a = a_n = \frac{V^2}{R}$

➢ *Les trois équations de la cinématique:*

Mouvement rectiligne uniformement varié (M R U V)	Mouvement de rotation uniformement varié (M Rot U V)
$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$	$\theta = \frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta'_0t + \theta_0$
$V = at + V_0$	$\theta' = \theta'' t + \theta'_0$
$V^2 - {V_0}^2 = 2a(x - x_0)$	$\theta'^2 - {\theta'_0}^2 = 2\theta'' (\theta - \theta_0)$
$a = constant$	$\theta'' = constante$

Translation	Rotation
m	I
$\vec{F}$	$M_{\vec{F}}$
$E_C = \frac{1}{2}mV^2$	$E_C = \frac{1}{2}I\theta'^2$
$W_{\vec{F}} = \vec{F}\,.\vec{d}$	$W = M_{\vec{F}}\ X\ d$
$\vec{P} = m\vec{V}$ Quantité de mouvement	$\sigma = I\theta'$ Moment cinétique
$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$	$\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt}$
Système isolé $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_F = \vec{P}_I$	Système isolé $\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = 0 \Rightarrow \sigma_F = \sigma_I$

- *Moment Cinétique d'une particule tournant autour d'un axe fixe:*

Système : { Particule }

- *Le moment cinétique d'une particule tournant autour d'un axe fixe* (Δ) *est un vecteur . Comme grandeur algébrique (on va étudier dans ce cours)* $\sigma = P \times R$ *, avec P est la quantité de mouvement de la particule , et R est la distance du segment perpendiculaire entre la particule et* (Δ) *.*

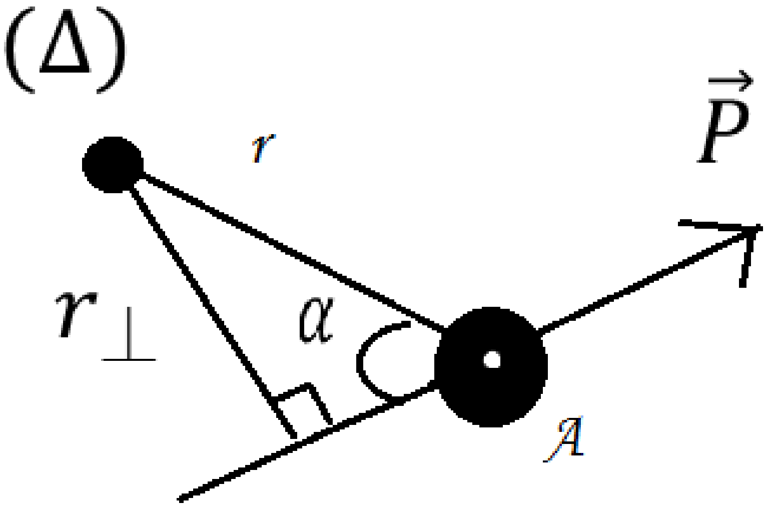
- $\sigma = P \times R = m \times V \times R = m \times R \times \theta' \times R = mR^2\theta'$.

- *Rappelons que le moment d'inertie d'une particule tournant autour d'un axe* (Δ) *, distantes de R est* $I_{(\Delta)} = mR^2$

- *Alors* $\sigma = I\,\theta'$ *, unité dans le SI : kg* m^2*/(s) .*

- *Le signe de* σ *est celui de la vitesse angulaire* θ' *car* $I > 0$ *.*

$$r_{\perp} = r\sin(\alpha)$$



- *Moment cinétique d'un système de particules :*

- ✓ *On choisit un sens positif de rotation , d'une manière arbitraire , s'il n'est pas choisit dans le donnée .*

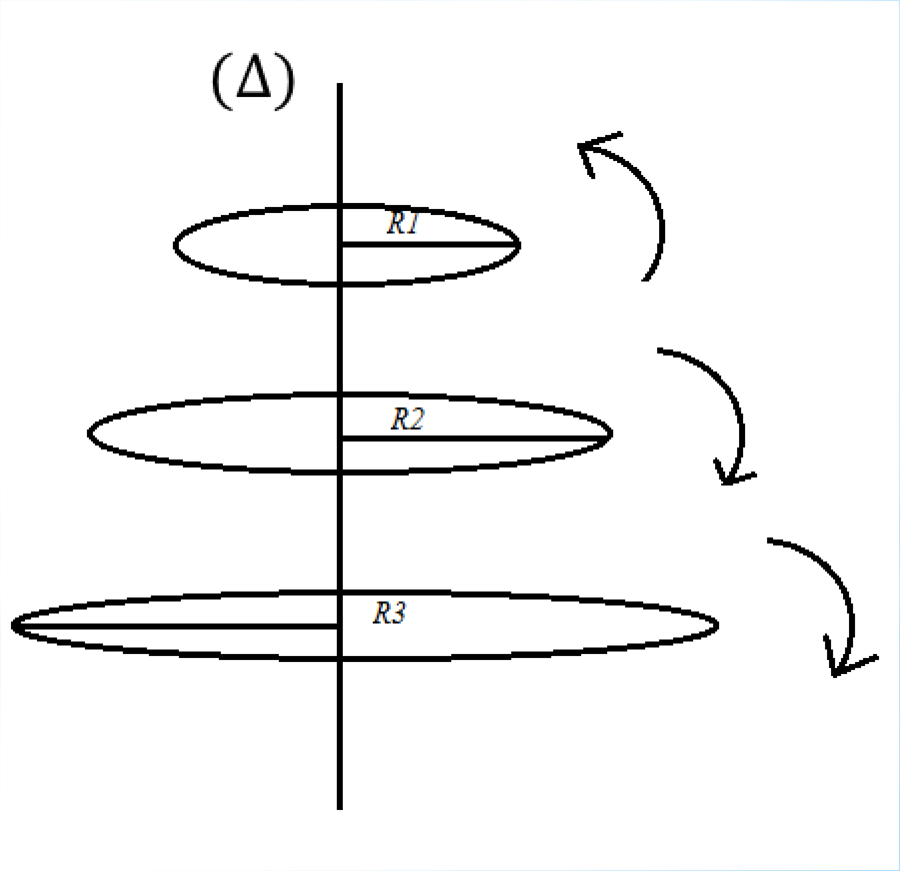
Système { 3 Particules }

$$\sigma_{Sys} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\Rightarrow \sigma_{Sys} = I_1\theta'_1 + I_2\theta'_2 + I_3\theta'_3$$

$$\Rightarrow \sigma_{Sys} = \sum m_i {r_i}^2 \theta'_i \ .$$

- *Le moment cinétique d'un système de particules tournant autour d'un axe* (Δ) *n'est pas égal à celle du centre de masse .*



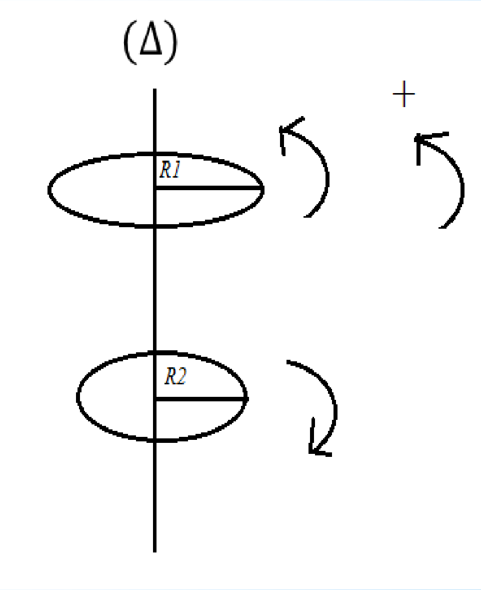
- <u>*Remarque:*</u> *Pour un corps rigide (solide) , le moment cinétique autour d'un axe* (Δ) *est* $\sigma = I\theta'$ *, car toutes ces particules tournes à la même vitesse angulaire* θ' *autour de* (Δ) *.*

➢ <u>*Application :*</u>

Deux disques de rayons R1 et R2 tournant autour d'un même axe fixe . Les disques sont respectivement de masses m1=2kg et m2=3kg . On donne le moment d'inertie d'un disque de masse m et de rayon R par rapport à un axe de rotation passant par son centre de masse comme le montre la figure ci -dessous est $I(\Delta)=\frac{1}{2}mR^2$.

➢ *Sachant que R1=5 cm , V1=3 m/s ,*
$|\theta'2|=4rd/s$ *et R2=4 cm .*

1. *Calculer les moments cinétiques σ1 et σ2 respectivement des disques de rayon R1 et R2 par rapport à (Δ) .*



✓ <u>*Sol:*</u> *Système { Disque 1 } ,*

$$\sigma_1 = I_1\theta'_1 = \frac{1}{2}m_1{R_1}^2 \times \frac{V_1}{R_1} = \frac{1}{2}m_1R_1V_1$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \times 10^{-2} \times 3 = 0.15kg\,.m^2\,/\,s\,.$$

Système { Disque 2 } ,

$$\sigma_2 = I_2\theta'_2 = \frac{1}{2}m_2{R_2}^2\theta'_2 = \frac{1}{2}(3)(4\times10^{-2})^2(-4) = -9.6\times10^{-3}\,kg\,.m^2/s\,.$$

2. *En déduire le moment cinétique du système { 2 disques } par rapport à* (Δ) .

✓ *<u>Sol:</u> Système { 2 Disques } ,*

$$\sigma_{Sys} = \sigma_1 + \sigma_2 = 0.15 - 9.6(10^{-3}) = 0.1404\,Kg\,.m^2/s\,.$$

3. *Démontrer alors , que* $\sigma_{Sys} \neq \sigma_{centre\ de\ masse}$.

✓ *<u>Sol:</u> Système : { 2 Disques } ,*

les centres de masses des deux disques sont appartiennent à l'axe (Δ) *, alors le centre de masse G du système est sur l'axe* (Δ) *, alors la distance entre G est l'axe* (Δ) $= 0$ *, donc* $\sigma = P\times R = P\times 0 = 0$ *impossible* *C.q.f.d*

- *Moment d'une force : C'est un vecteur , dans ce cours on parler de lui comme un grandeur algébrique .*

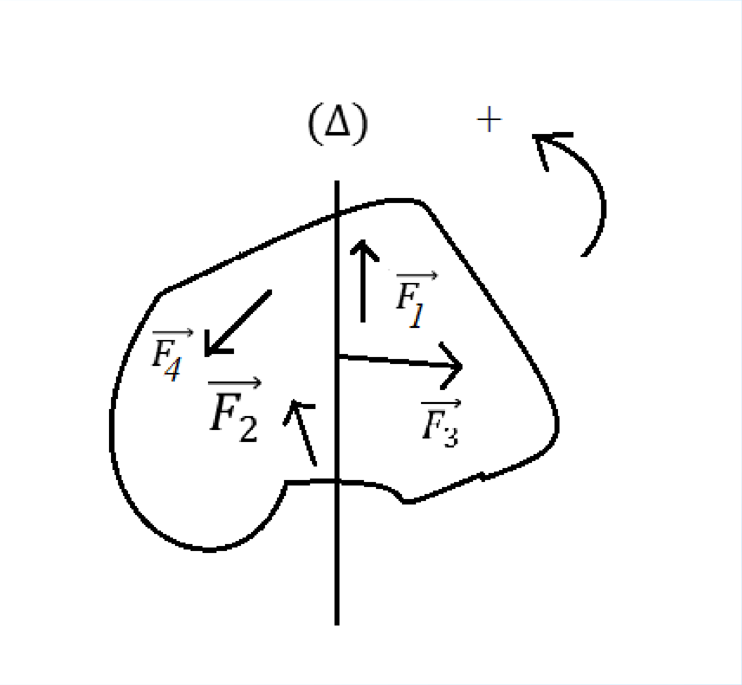
- $M_{\overrightarrow{F_1}} = 0$ *(parallèle à l'axe)*

- $M_{\overrightarrow{F_3}} = 0$ *(passe par l'axe)*

- $M_{\overrightarrow{F_2}} = -F_2 \times d$

- $M_{\overrightarrow{F_4}} = +F_4 \times d$

✓ *d est la distance perpendiculaire entre le point d'application de la force , et l'axe .*



- *Calcul du moment d'une force :*

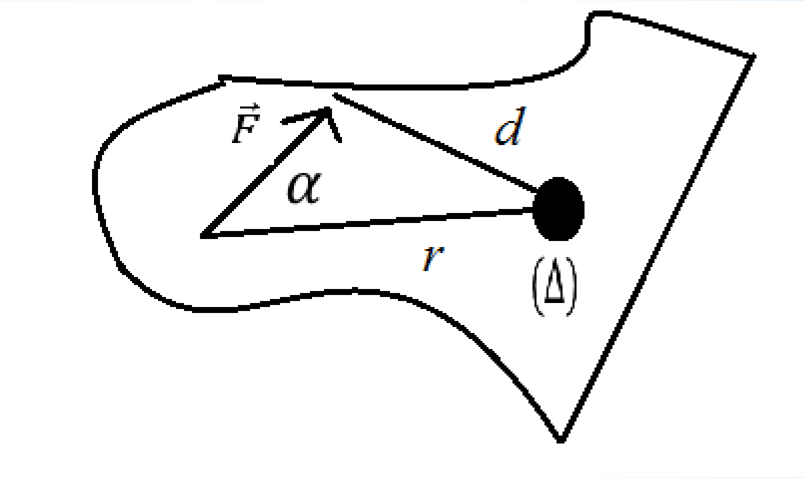
- *r est la distance du segment joignant l'axe de rotation* (Δ) *, et le point d'application de la force* $\vec{F}$ *.*

- *α est l'angle entre ce segment et la force* $\vec{F}$ *, on choisit l'angle aigue , et le signe du moment et détérminer selon l'action de la force , si elle tourne le système dans le sens positif du rotation ou non .*

- *d est la distance perpendiculaire entre l'axe de rotation et la direction de* $\vec{F}$ *.*

- *D'après le triangle rectangle dans la figure , d* $= r\sin(\alpha), noté\ r_{\perp}$ *.*

- $M_{\vec{F}} = \pm F\ r\sin(\alpha) = \pm r_{\perp} \times F$ *.*



Khaled Soubra - Terminal

- *Deuxième loi de Newton en Rotation:*

$$\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d(I\theta')}{dt}$$

- ✓ *Si I est constante , alors* $\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d(I\theta')}{dt} = I\,\frac{d\theta'}{dt} = I\theta''$.

- ✓ *Si I n'est pas constante , alors*

$$\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d(I\theta')}{dt} = I\,\frac{d\theta'}{dt} + \theta'\,\frac{dI}{dt}\ .$$

- Système isolé $\Rightarrow \sum M_{\overrightarrow{Fext}} = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = 0 \Rightarrow \sigma = constante$,

Donc : $\Delta\sigma = \sigma_F - \sigma_I = 0 \Rightarrow \sigma_I = \sigma_F$.

- Alors pour un système isolé , il y a conservation de moment cinétique en mouvement de rotation .

- *Système déformable de moment d'inertie variable :*

Système { Patineuse } , on prend l'éxemple du patineuse , lorsqu'il ferme et ouvre ses bras .

On peut n'inlus pas la terre dans le système , car dans la plupart des cas , l'axe de rotation par le centre de masse des mobiles , et parsuite le poids sera une force passant par l'axe de rotation et donc moment nul .
De même la réaction de l'axe de rotation est une force passant par l'ae de rotation et alors de moment nul .

Donc conservation du moment cinétique :
$\sigma_I = \sigma_F$ *, I et F sont respectivement juste avant et juste après l'ouverture des ses bras .*
Donc $I_1\theta'_1 = I_2\theta'_2 \Rightarrow \frac{\theta'_2}{\theta'_1} = \frac{I_1}{I_2}$, $I_1 < I_2 \Rightarrow \theta'_1 > \theta'_2$.

➢ *Système déformable de moment d'inertie constante :*

On prend deux tige en rotation autour d'un axe passant par leurs centres de masse , *sachant que le système part du repos .* *Moments des poids , et des réactions de l'axe sont nulles , car* *elles passent par l'axe de rotation .* Donc le système est isolé , alors conservation du moment cinétique du système .

$$\sigma_I = \sigma_F \Rightarrow 0 = \sigma_1 + \sigma_2 \Rightarrow I_2\theta'_2 = -I_1\theta'_1 \Rightarrow \theta'_2 = -\frac{I_1\theta'_1}{I_2}$$

D'où , sens contraire de rotation .